

22147407

**ÉTUDES MATHÉMATIQUES**  
**NIVEAU MOYEN**  
**ÉPREUVE 1**

Numéro de session du candidat

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Mardi 13 mai 2014 (après-midi)

Code de l'examen

1 heure 30 minutes

2	2	1	4	-	7	4	0	7
---	---	---	---	---	---	---	---	---

**INSTRUCTIONS DESTINÉES AUX CANDIDATS**

- Écrivez votre numéro de session dans les cases ci-dessus.
- N'ouvrez pas cette épreuve avant d'y être autorisé(e).
- Une calculatrice à écran graphique est nécessaire pour cette épreuve.
- Un exemplaire non annoté du *livret de formules pour le cours d'études mathématiques NM* est nécessaire pour cette épreuve.
- Répondez à toutes les questions.
- Rédigez vos réponses dans les espaces prévus à cet effet.
- Sauf indication contraire dans l'intitulé de la question, toutes les réponses numériques devront être exactes ou correctes à trois chiffres significatifs près.
- Le nombre maximum de points pour cette épreuve d'examen est [90 points].

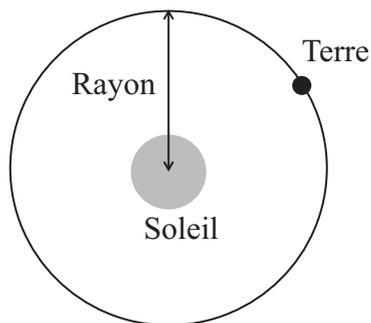


20EP01

Le total des points sera attribué pour une réponse correcte. Lorsque la réponse est fausse, certains points peuvent être attribués si la méthode utilisée est correcte, pour autant que le raisonnement soit indiqué par écrit. Rédigez vos réponses dans les cases prévues à cet effet. Les solutions obtenues à l'aide d'une calculatrice à écran graphique doivent être accompagnées d'un raisonnement adéquat. Par exemple, si des représentations graphiques sont utilisées pour trouver la solution, veuillez inclure une esquisse de ces représentations graphiques dans votre réponse.

1. Le rayon moyen de l'orbite de la Terre autour du Soleil est de 150 millions de kilomètres.

*la figure n'est pas à l'échelle*



- (a) Écrivez le rayon en kilomètres sous la forme  $a \times 10^k$ , avec  $1 \leq a < 10$ ,  $k \in \mathbb{Z}$ . [2]

La Terre tourne en orbite autour du Soleil. Il faut une année pour que la Terre parcoure cette orbite en entier.

- (b) Calculez la distance, en kilomètres, parcourue par la Terre autour du Soleil en une orbite, en supposant que l'orbite soit un cercle. [2]

Aujourd'hui, c'est le 17<sup>e</sup> anniversaire d'Anna.

- (c) Calculez la distance totale parcourue par Anna autour du Soleil depuis qu'elle est née. [2]

Résolution :

Réponses :

- (a) .....
- (b) .....
- (c) .....



2. Deux énoncés  $p$  et  $q$  sont définis ci-dessous

$p$  : Eva est au régime  
 $q$  : Eva perd du poids.

(a) Écrivez l'énoncé suivant **avec des mots**.

$q \Rightarrow p$  [2]

(b) Écrivez, avec des mots, l'énoncé contraposé de  $q \Rightarrow p$ . [2]

(c) Déterminez si votre énoncé de la partie (a) est logiquement équivalent à votre énoncé de la partie (b). Justifiez votre réponse. [2]

*Résolution :*

*Réponses :*

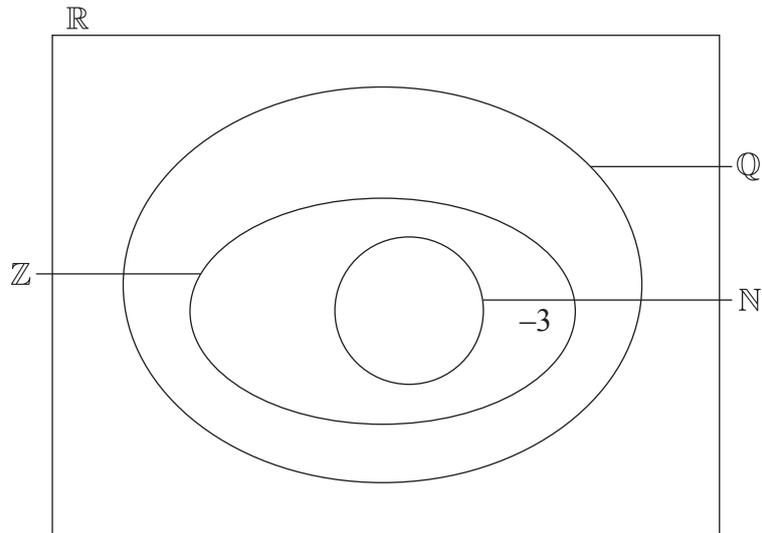
- (a) .....
- .....
- .....
- (b) .....
- .....
- .....
- (c) .....
- .....
- .....
- .....



3. Le diagramme de Venn suivant montre la relation entre les ensembles de nombres

$\mathbb{N}$ ,  $\mathbb{Z}$ ,  $\mathbb{Q}$  et  $\mathbb{R}$ .

Le nombre  $-3$  appartient aux ensembles  $\mathbb{Z}$ ,  $\mathbb{Q}$  et  $\mathbb{R}$ , mais pas  $\mathbb{N}$ , et il a été placé, en exemple, à l'endroit approprié sur le diagramme de Venn.



Écrivez les nombres suivants à l'endroit approprié dans le diagramme de Venn.

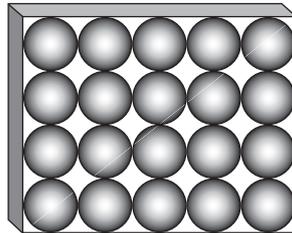
- (a) 4 [1]
- (b)  $\frac{1}{3}$  [1]
- (c)  $\pi$  [1]
- (d) 0,38 [1]
- (e)  $\sqrt{5}$  [1]
- (f)  $-0,25$  [1]



4. Des chocolats de forme sphérique sont vendus en boîte de 20.  
Chaque chocolat à un rayon de 1 cm.

- (a) Trouvez le volume de 1 chocolat. [2]
- (b) Écrivez le volume de 20 chocolats. [1]

Le diagramme suivant montre la boîte de chocolat vue de dessus. Les 20 chocolats tiennent parfaitement dans la boîte, chaque chocolat touchant ceux qui sont autour de lui ou les côtés de la boîte.



- (c) Calculez le volume de la boîte. [2]
- (d) Calculez le volume de l'espace vide dans la boîte. [1]

*Résolution :*

*Réponses :*

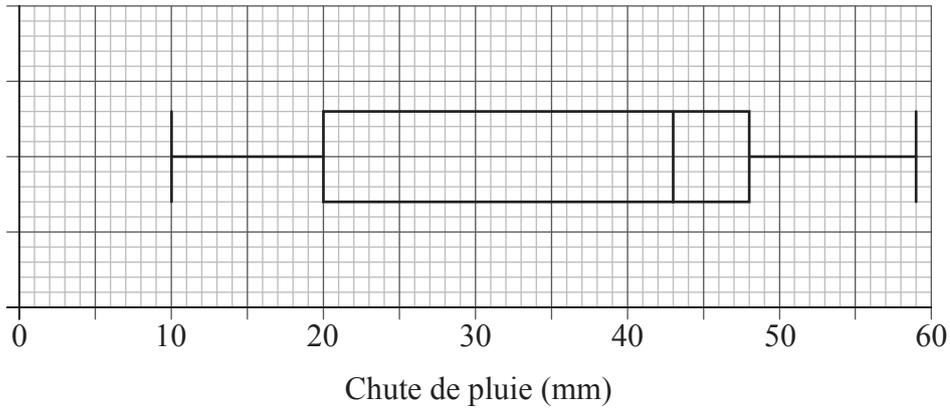
- (a) .....
- (b) .....
- (c) .....
- (d) .....



20EP05

**Tournez la page**

5. La distribution sur 80 jours de la chute de pluie dans une ville est présentée dans le diagramme en boîte à moustaches ci-dessous.



- (a) Écrivez la chute de pluie médiane. [1]
- (b) Écrivez la chute de pluie minimum. [1]
- (c) Trouvez l'intervalle interquartile. [2]
- (d) Écrivez le nombre de jours où la chute de pluie est
  - (i) entre 43 mm et 48 mm ;
  - (ii) entre 20 mm et 59 mm. [2]

Résolution :

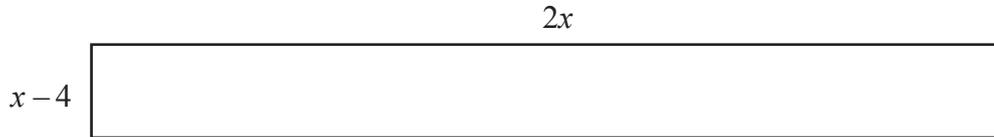
Réponses :

- (a) .....
- (b) .....
- (c) .....
- (d) (i) .....
- (ii) .....



6. La surface d'un tapis rouge est représentée ci-dessous. Les dimensions de ce tapis sont en mètres.

*la figure n'est pas à l'échelle*



- (a) Écrivez une expression de l'aire du tapis,  $A$ , en  $\text{m}^2$ . [1]

L'aire du tapis est  $10 \text{ m}^2$ .

- (b) Calculez la valeur de  $x$ . [3]

- (c) À partir de là, écrivez la valeur de la longueur et de la largeur du tapis, en mètres. [2]

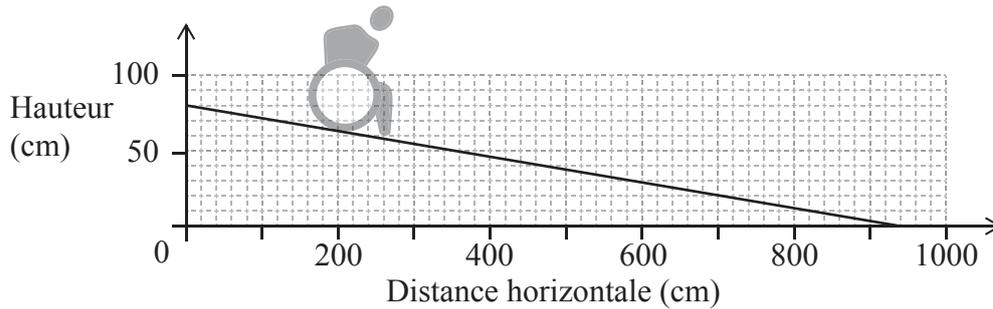
*Résolution :*

*Réponses :*

- (a) .....
- (b) .....
- (c) .....



7. Ce diagramme représente une rampe A pour fauteuil roulant qui a été conçue pour descendre une hauteur de 80 cm.

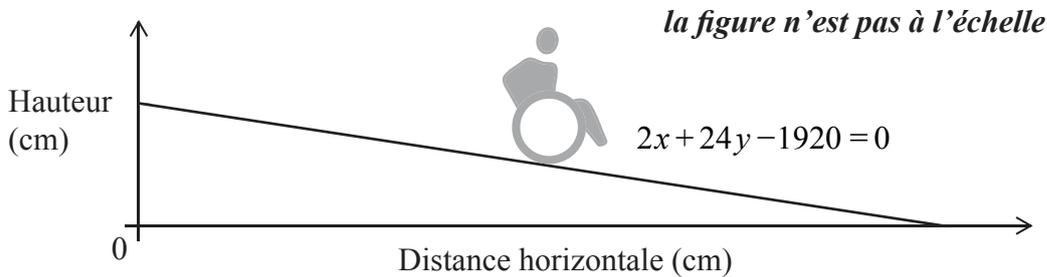


- (a) Utilisez le diagramme ci-dessus pour calculer la pente de la rampe. [1]

La pente pour une rampe descendante **sécurisée** pour fauteuil roulant est  $-\frac{1}{12}$ .

- (b) En utilisant votre réponse à la partie (a), commentez pourquoi la rampe A pour fauteuil roulant **n'est pas sécurisée**. [1]

L'équation d'une seconde rampe pour fauteuil roulant, B, est  $2x + 24y - 1920 = 0$ .



- (c) (i) Déterminez si la rampe B pour fauteuil roulant est sécurisée ou pas. Justifiez votre réponse.
- (ii) Trouvez la distance horizontale de la rampe B pour fauteuil roulant. [4]

(Suite de la question à la page suivante)



(Suite de la question 7)

Résolution :

Réponses :

- (a) .....
- (b) .....
- .....
- (c) (i) .....
- .....
- (ii) .....



20EP09

Tournez la page

8. Un groupe de 100 élèves ont donné les réponses suivantes à la question de comment ils se rendaient dans leur établissement scolaire.

	Marche	Transport en commun	Voiture	Bicyclette	Total
Fille	18	13	14	3	48
Garçon	9	17	10	16	52
Total	27	30	24	19	100

Un test d'indépendance du  $\chi^2$  a été mené au seuil de signification de 5%. L'hypothèse nulle a été définie comme

$H_0$ : le mode de transport utilisé pour se rendre dans l'établissement scolaire est indépendant du sexe.

(a) Trouvez l'effectif théorique des filles qui utilisent les transports en commun pour se rendre dans leur établissement scolaire. [2]

(b) Trouvez la statistique du  $\chi^2$ . [2]

La valeur critique du  $\chi^2$  est 7,815 au seuil de signification de 5%.

(c) Indiquez si oui ou non l'hypothèse nulle est acceptée. Donnez une raison pour votre réponse. [2]

Résolution :

Réponses :

- (a) .....
- (b) .....
- (c) .....
- .....
- .....



9. Dans cette question, donnez toutes les réponses correctes à l'entier le plus proche.

- (a) Fumie part en vacances en Grande-Bretagne. Elle change 100 000 yens japonais (JPY) en livres Sterling (GBP) sans frais de commission.

Le taux de change entre GBP et JPY est

$$1 \text{ GBP} = 129 \text{ JPY.}$$

Calculez la valeur de 100 000 JPY en GBP.

[2]

- (b) À la fin de ses vacances en Grande-Bretagne, Fumie a 239 GBP. Elle rechange cette somme en JPY dans une banque qui ne charge pas de commission, et elle reçoit 30 200 JPY.

- (i) Trouvez le taux de change pour cette seconde transaction.

- (ii) Déterminez si, quand elle rechange les GBP en JPY, le taux de change trouvé dans la partie (b) (i) est une meilleure valeur pour Fumie que le taux de change dans la partie (a). Justifiez votre réponse.

[4]

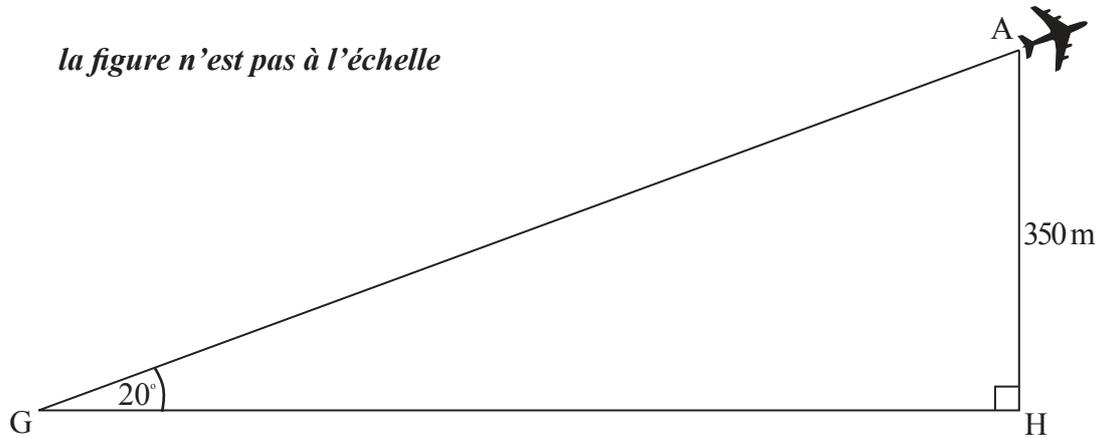
Résolution :

Réponses :

- (a) .....
- (b) (i) .....
- (ii) .....
- .....
- .....



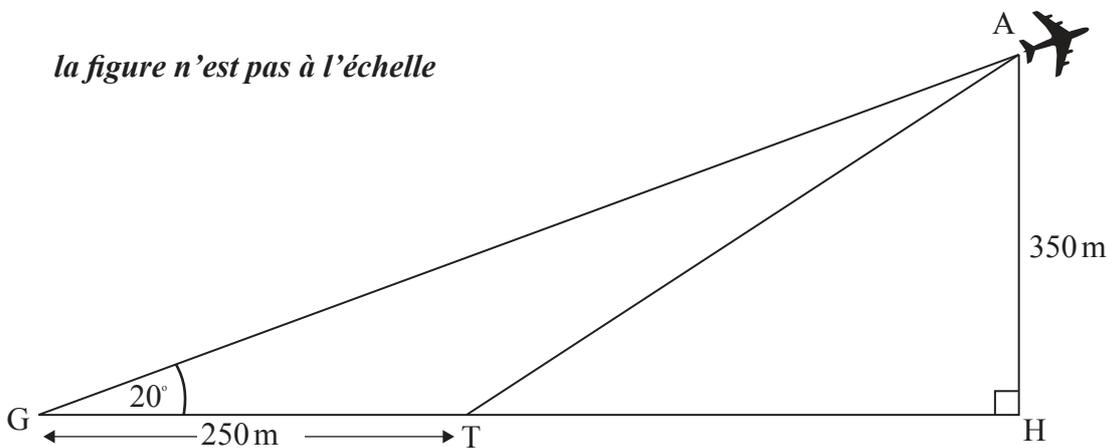
10. Günter est à l'aéroport Tegel de Berlin, il regarde les avions décoller. Il observe un avion qui est à un angle d'élévation de  $20^\circ$  depuis le point G où il se tient debout. L'avion est à une hauteur de 350 mètres. Ces informations sont représentées dans le diagramme ci-dessous.



- (a) Calculez la distance horizontale,  $GH$ , de Günter à l'avion. **Donnez votre réponse au mètre le plus proche.**

[3]

L'avion avait décollé d'un point  $T$  qui est à 250 mètres de l'endroit où Günter se tient debout, comme le montre le diagramme suivant.



- (b) En utilisant votre réponse de la partie (a), calculez l'angle  $ATH$ , l'angle de décollage de l'avion.

[3]

(Suite de la question à la page suivante)



*(Suite de la question 10)*

*Résolution :*

*Réponses :*

(a) .....

(b) .....



20EP13

**Tournez la page**

11. Dans un essai pour un nouveau médicament, les scientifiques ont découvert que la quantité de médicament dans le sang diminuait avec le temps, suivant le modèle

$$D(t) = 1,2 \times (0,87)^t, t \geq 0$$

où  $D$  est la quantité de médicament dans le sang en milligramme par litre ( $\text{mg l}^{-1}$ ) et  $t$  est le temps en heure.

- (a) Écrivez la quantité de médicament dans le sang quand  $t = 0$ . [1]
- (b) Calculez la quantité de médicament dans le sang après 3 heures. [2]
- (c) Utilisez votre calculatrice à écran graphique pour déterminer le temps nécessaire pour que la quantité de médicament dans le sang diminue jusqu'à  $0,333 \text{ mg l}^{-1}$ . [3]

*Résolution :*

*Réponses :*

- (a) .....
- (b) .....
- (c) .....



12. Une enquête étudie la relation entre le nombre d'employés de nettoyage,  $n$ , et le temps,  $t$ , qu'il leur faut pour nettoyer une école.

Nombre d'employés de nettoyage, $n$	Temps, $t$ (minutes)
1	193
2	172
3	118
5	112
6	87

- (a) Utilisez votre calculatrice à écran graphique pour écrire l'équation de la droite de régression de  $t$  sur  $n$ . [2]
- (b) Écrivez la valeur du coefficient de corrélation de Pearson,  $r$ . [2]
- (c) Utilisez votre équation de la droite de régression pour trouver combien de temps il faut à 4 employés de nettoyage pour nettoyer l'école. [2]

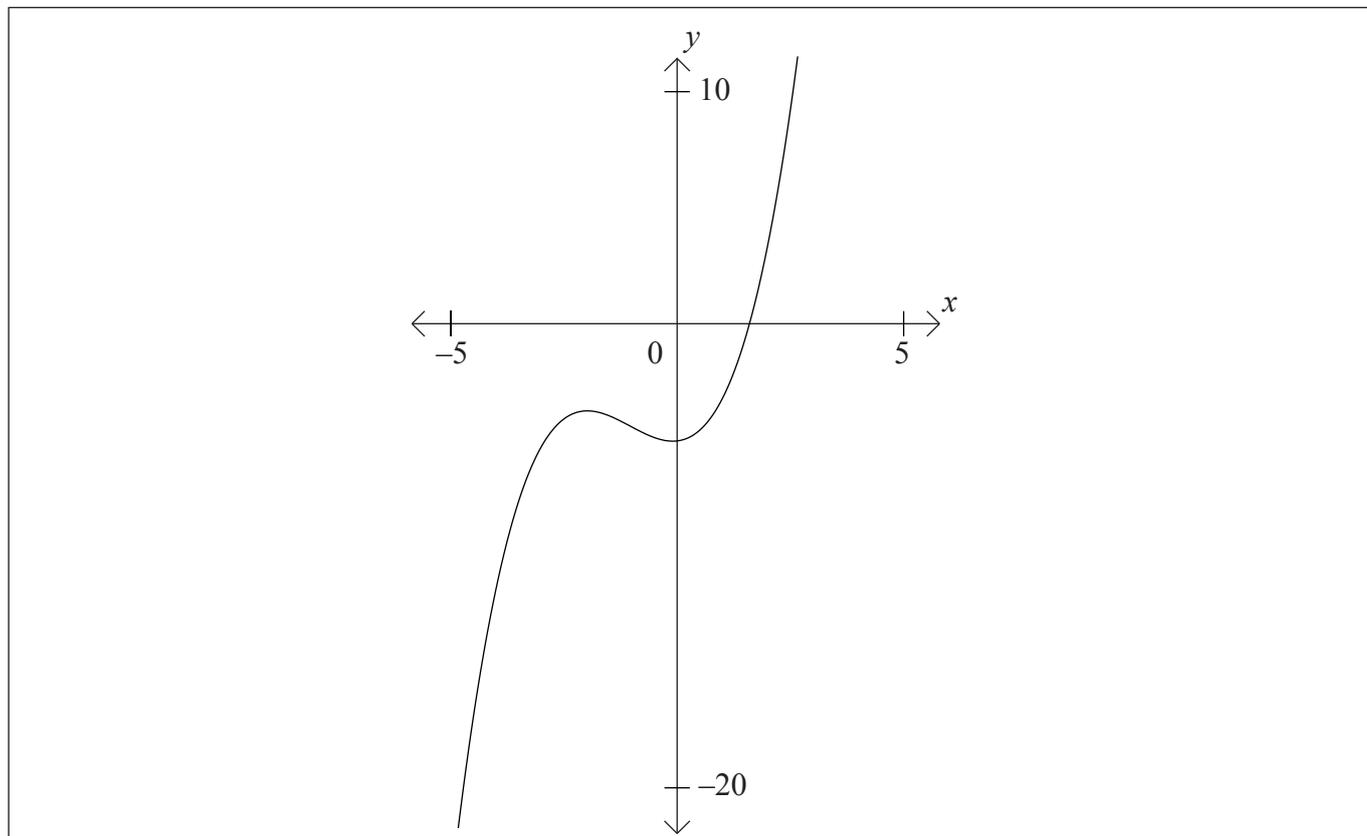
*Résolution :*

*Réponses :*

- (a) .....
- (b) .....
- (c) .....



13. Considérez la représentation graphique de la fonction  $f(x) = x^3 + 2x^2 - 5$ .



- (a) Légendez avec un A le maximum local de la représentation graphique. [1]
- (b) Légendez avec un B le minimum local de la représentation graphique. [1]
- (c) Écrivez l'intervalle sur lequel  $f'(x) < 0$ . [1]
- (d) Dessinez sur la représentation graphique la tangente à la courbe en  $x = 1$ . [1]
- (e) Écrivez l'équation de la tangente en  $x = 1$ . [2]

(Suite de la question à la page suivante)



*(Suite de la question 13)*

*Résolution :*

*Réponses :*

(c) .....

(e) .....



20EP17

**Tournez la page**

14. Les hauteurs des pommiers dans un verger sont normalement distribuées avec une moyenne de 3,42 m et un écart type de 0,21 m.
- (a) Écrivez la probabilité qu'un arbre choisi au hasard ait une hauteur supérieure à 3,42 m. [1]
  - (b) Écrivez la probabilité qu'un arbre choisi au hasard se trouve à moins de 2 écarts types de la moyenne de 3,42 m. [1]
  - (c) Utilisez votre calculatrice à écran graphique pour calculer la probabilité qu'un arbre choisi au hasard ait une hauteur supérieure à 3,35 m. [2]
  - (d) La probabilité qu'un certain arbre ait moins de  $x$  mètres de hauteur est 0,65. Trouvez la valeur de  $x$ . [2]

*Résolution :*

*Réponses :*

- (a) .....
- (b) .....
- (c) .....
- (d) .....



15. Une fonction est définie par  $f(x) = 2x^3 - 5x + \frac{4}{x} + 3$ ,  $-5 \leq x \leq 10$ ,  $x \neq 0$ .

(a) Écrivez la dérivée de cette fonction. [4]

(b) Utilisez votre calculatrice à écran graphique pour trouver les coordonnées du minimum local de  $f(x)$  dans le domaine donné. [2]

*Résolution :*

*Réponses :*

(a) .....

(b) .....



Veillez **ne pas** écrire sur cette page.

Les réponses rédigées sur cette page  
ne seront pas corrigées.



20EP20